

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, **A o B**. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3 puntos)

a) (2 puntos) Clasifique el siguiente sistema de ecuaciones, según los diferentes valores de la constante real λ :

$$\begin{aligned}x + y &= 1 \\ \lambda x + z &= 0 \\ x + (1 + \lambda)y + \lambda z &= \lambda + 1\end{aligned}$$

b) (1 punto) Halle la solución, si existe, cuando $\lambda = 1$.

2. (2 puntos)

a) (1 punto) Determine la posición relativa de las dos rectas siguientes:

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases} \quad s : \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

b) (1 punto) Determine la distancia del punto $P(0,0,0)$ a cada una de las dos rectas anteriores.

3. (4 puntos)

a) (3 puntos) Considere la función de variable real x siguiente:

$$f(x) = x(\ln(x))^2$$

a.1) (0,5 puntos) Determine el dominio de la función $f(x)$.

a.2) (1,5 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de esa función.

a.3) (1 punto) Determine, si existen, los máximos y mínimos relativos y, en ese caso, calcule el valor de la función $f(x)$ en cada uno de ellos.

b) (1 punto) Determine el valor de la constante k para que se verifique que:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + kx - 7} - \sqrt{x^2 - 2x + 5} = \frac{5}{3}$$

4. (1 punto) En una clase de bachillerato hay 10 chicas y 8 chicos. De ellos 3 chicas y 4 chicos juegan al ajedrez. Si escogemos un estudiante al azar, determine las siguientes probabilidades:

a) (0,5 puntos) Sea chica y no juegue al ajedrez.

b) (0,5 puntos) No juegue al ajedrez sabiendo que es chico.

OPCIÓN B

1. (3 puntos)

a) (2 puntos) Sea A una matriz de dimensión 3×3 y denotamos por $|A|$ el determinante de la matriz.

a.1) (1 punto) Considere la matriz $B = \left(\frac{1}{2}\right)A$. Si $|B| = 1$, calcule el determinante de A , es decir: $|A|$.

a.2) (1 punto) Si

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x-1 & 2 & 0 \\ 2 & x-1 & 2 \end{pmatrix}$$

Determine los valores de x para los que se cumple que $|B| = 1$, siendo $B = \left(\frac{1}{2}\right)A$.

b) (1 punto) Determine las matrices cuadradas de dimensión 2×2 de la forma

$$M = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & y \end{pmatrix}$$

que verifiquen que

$$MM' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

donde M' representa la matriz traspuesta de M .

2. (2 puntos)

a) (1 punto) Sea " m " una constante real. Determine la posición relativa de los planos siguientes, según los valores de " m ":

$$\pi : mx - 6y + 2z = 2 \quad \pi' : \begin{cases} x = \lambda + \mu \\ y = 1 - \lambda \\ z = 2 - 2\lambda + \mu \end{cases}$$

b) (1 punto) Determine el ángulo que forman las rectas:

$$r : \begin{cases} x + z = 1 \\ y = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} 2x - 4y - 2z = 0 \\ x + y + 3z = -1 \end{cases}$$

3. (4 puntos)

a) (2 puntos) Encuentre dos números tales que el doble del primero más el triple del segundo sea 24 y su producto sea máximo.

b) (2 puntos) Determine:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+1}{1+\sin(x)} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

4. (1 punto) En una urna hay 10 bolas blancas y 3 negras. Se extrae una bola al azar y, sin verla ni reemplazarla, se extrae una segunda bola.

a) (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola extraída sea negra?

b) (0,5 puntos) Sabiendo que la segunda bola ha sido negra, calcule la probabilidad de que la primera bola extraída fuera negra también.

Como norma general, se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas. De hecho, de acuerdo con las normas generales, los correctores podrán bonificar con un máximo de un punto estos aspectos.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

OPCIÓN A

A. 1. (3 puntos)

- a) (2 puntos) Para clasificar el sistema puede usarse cualquier método. La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles.
- b) (1 punto) La determinación de la solución del sistema para $\lambda = 1$ puede hacerse por cualquier método y no debe penalizarse el uso de uno u otro.

A. 2. (2 puntos)

- a) (1 punto) Determinación de que las rectas se cruzan se valorará con 1 punto. Si solo se dice que se cortan o se cruzan la calificación máxima será de 0,4 puntos.
- b) (1 punto) Determinación de la distancia: 1 punto.

A. 3. (4 puntos)

- a) (3 puntos)
 - a. 1) (0,5 puntos) Dominio: 0,5 puntos.
 - a. 2) (1,5 puntos) Si bien la determinación de intervalos de crecimiento y de decrecimiento se realiza de manera simultánea, si en algún caso solo se determinase un tipo de esos intervalos (crecimiento o decrecimiento) se valorará cada tipo con 0,75 puntos.
 - a. 3) (1 punto) La determinación de los máximos y mínimos relativos puede hacerse por cualquier método, a través de los intervalos de crecimiento y decrecimiento o mediante las derivadas. Si usan los desarrollos realizados en el apartado anterior no debe penalizarse nada.
Si solo se identificaran o bien máximos o bien mínimos relativos se calificará cada caso con 0,5 puntos. Si no se proporciona el valor de la función en los máximos y mínimos, la puntuación máxima será la mitad de la prevista.
- b) (1 punto) Si bien la cuestión no ofrece una dificultad especial, los pasos en la determinación de la constante deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.

A. 4. (1 punto) De manera genérica, puede pensarse que, debido a las modificaciones en el temario, el cálculo de las probabilidades representa una novedad cualitativa importante para los estudiantes. No obstante, las cuestiones son lo suficientemente sencillas como para que no supongan una especial dificultad.

- a) (0,5 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida.
- b) (0,5 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida.

Si el estudiante identifica correctamente la cuestión a responder como, por ejemplo, el cálculo de la probabilidad condicional identificando los sucesos, pero no sabe determinar la probabilidad, la puntuación máxima será de 0,2 puntos.

OPCIÓN B

B. 1. (3 puntos)

a) (2 puntos)

a. 1) (1 punto) Los pasos en la determinación del determinante de A , $|A|$, deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta.

a. 2) (1 punto) La calificación máxima se otorgará si se determinan todos los valores de x que aparecen. Si solo se determinase alguno, la calificación debe repartirse proporcionalmente entre todos los valores posibles.

b) (1 punto) Determinación de las dos matrices que cumplen los requisitos: 1 punto. Si solo encuentran una de las dos: 0,5 puntos.

B. 2. (2 puntos)

a) (1 punto) La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles.

Determinar que si $m \neq -2$ los planos son secantes: 0,4 puntos.

Estudio del caso $m = -2$: 0,6 puntos. Si en este caso $m = -2$ solo se dice que los planos son paralelos o coincidentes pero no se precisa cuál de las dos opciones es la correcta, la calificación de esta parte se reducirá en 0,3 puntos.

b) (1 punto) Se considera igualmente válido proporcionar el ángulo o cualquiera de sus razones trigonométricas.

B. 3. (4 puntos)

a) (2 puntos) Planteamiento del problema: 1 punto. Resolución del problema: 1 punto.

Si se cometiese algún error en el planteamiento pero ese problema mal planteado se resuelve correctamente debe valorarse, al menos parcialmente, la resolución.

b) (2 puntos) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta.

B. 4. (1 punto) De manera genérica, puede pensarse que, debido a las modificaciones en el temario, el cálculo de las probabilidades representa una novedad cualitativa importante para los estudiantes. No obstante, las cuestiones son lo suficientemente sencillas como para que no supongan una especial dificultad.

a) (0,5 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida.

Si el estudiante plantea el problema correctamente, por ejemplo, identificando las fórmulas adecuadas y los sucesos que aparecen en ellas, pero no determina la probabilidad, la calificación máxima será de 0,2 puntos.

b) (0,5 puntos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida.

Si el estudiante plantea el problema correctamente, por ejemplo, identificando que se trata de una probabilidad condicional identificando los sucesos que aparecen, pero no determina la probabilidad la calificación máxima será de 0,2 puntos.